

高二年级 4 月份学情调研

数学试题

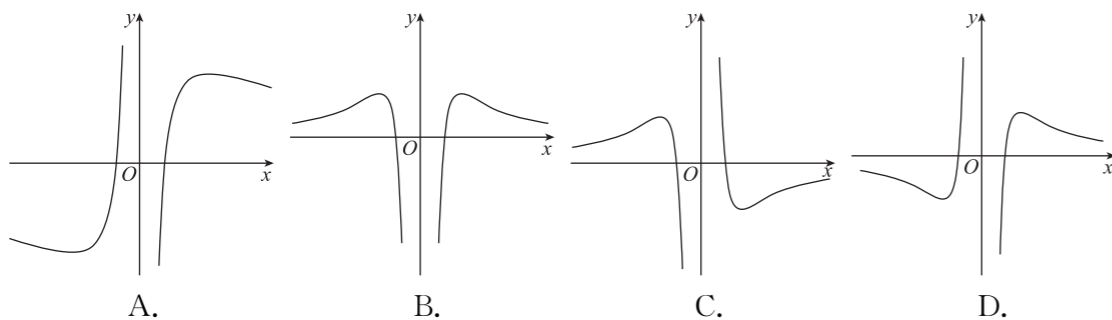
本试卷共 4 页,19 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{A_{2\ 026}^2}{C_{2\ 026}^2} =$
A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{1}{2\ 026}$ D. 2 026
2. 曲线 $f(x) = \sqrt{e^x}$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为
A. $x+2y+2=0$ B. $x+2y-2=0$
C. $x-2y+2=0$ D. $x-2y-2=0$
3. 设 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数,已知 $f(x) = 3f'(1)x - 2\ln x$, 则 $f'(1) =$
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
4. 甲计划按照一定的先后顺序写一篇介绍 8 个文化地标的文章,若第一个介绍的是地标 A,且地标 B, C, D 的介绍顺序必须相邻(中间不能插入其他地标,内部顺序可自由调整),则该文章关于这 8 个文化地标的介绍顺序共有
A. 360 种 B. 720 种 C. 1 440 种 D. 2 160 种
5. 学校图书馆有 4 个不同的借阅窗口(编号为 1, 2, 3, 4),现将 3 本完全相同的图书放到这 4 个窗口展示,每个窗口可放多本也可不放,则不同的摆放方法共有
A. 12 种 B. 16 种 C. 20 种 D. 24 种
6. 函数 $f(x) = \frac{10|x|\ln|x|}{x^3}$ 的大致图象为



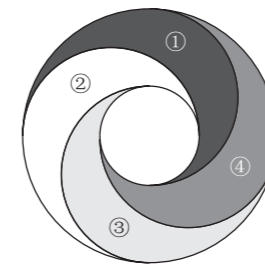
7. 已知三次函数 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$, 若不等式 $f(x) \leq m$ 的解集为 $\{x | x \leq m\}$, 则实数 m 的值为
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
8. 设 $a = e^{\frac{1}{2026}}$, $b = \frac{2\ 027}{2\ 026}$, $c = e^{\frac{1}{2027}}$, 则
A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $c > a > b$ D. $a > b > c$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分。

9. 已知 m, n 均为正整数,且 $m < n$, 则
A. $C_{11}^5 = C_{11}^6$ B. $A_n^m = A_n^{n-m}$
C. $A_n^{m-1} = C_n^{m-1} A_{m-1}^{m-1} (m > 1)$ D. $\frac{1}{n-m} A_n^{m+1} = A_n^m$
10. 甲、乙、丙、丁四名同学报名参加假期社区服务活动,社区服务活动共有“关怀老人”、“环境检测”、“图书义卖”这三个项目,每人都要报名且限报其中一项,则下列说法正确的是
A. 四名同学的报名情况共有 3^4 种
B. 每个项目都有人报名的情况共有 36 种
C. 四名同学最终只报名了两个项目的情况共有 42 种
D. 恰有两名同学所报项目相同且只有甲同学一人报名“关怀老人”的情况共有 12 种
11. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{3 + \cos x}$, 则
A. $f(x)$ 为奇函数 B. $f(\pi+x) = f(x)$
C. $f(\pi-x) = -f(x)$ D. $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

12. 若函数 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$, 则 $f'(3) =$ _____.
13. 已知某六名同学在 CMO 竞赛中获得前六名(无并列情况),其中甲或乙是第一名,丙不是前三名,则这六名同学的名次情况共有 _____ 种.
14. 某 Livehouse 舞台的环形氛围灯被设计为如图所示的 4 个环形相邻灯区. 现有 5 种霓虹灯光色可供选择,要求每个灯区只使用一种颜色,且相邻灯区颜色不相同,则该舞台灯区共有 _____ 种不同的颜色搭配方案.



四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分。解答应写出必要的文字说明,证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)
现有 4 名男生、3 名女生站成一排拍照留念,在下列不同条件下,求不同的站法总数。(结果用数字作答)
(1) 女生互不相邻;
(2) 若甲、乙是这 7 人中的 2 人,甲不站在排头,乙不站在排尾。

16. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x^3 + x + 2}{x}$.

- (1) 判断 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若关于 x 的方程 $f(x) = m$ 只有 1 个实数解, 求实数 m 的取值范围.

17. (本小题满分 15 分)

某高校新媒体社团有 7 位同学, 他们计划对短视频剪辑、直播运营、图文排版、创意脚本撰写这 4 个当下热门的新媒体项目展开学习调研, 要求每个项目至少有一人负责, 且每人只能选择一个项目.

- (1) 若从社团中选出 4 人去调研, 共有多少种不同的调研安排方案?
- (2) 若 7 位同学同时参与调研, 其中的甲、乙、丙 3 位同学调研同一项目, 共有多少种不同的安排方案?

18. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x) = ax - 3 + \frac{1}{x+1}$ ($a \in \mathbf{R}$).

- (1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;
- (2) 若 $3x - 2 \geq f(x)$ 对 $\forall x \in [0, +\infty)$ 恒成立, 求 a 的取值范围;
- (3) 若 $a=3$, 证明: 当 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 时, $\tan x > f(x)$.

19. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 2x$ ($a \in \mathbf{R}$), 且 $x=1$ 为 $f(x)$ 的极值点.

- (1) 求 a 的值;
- (2) 过原点 $(0, 0)$ 作曲线 $y=f(x)$ 的切线, 求切线方程;
- (3) 过点 $(0, m)$ ($m \in \mathbf{R}$) 作曲线 $y=f(x)$ 的切线, 讨论切线的条数.